

SESSIONE DI COMBINATORIA

Titolo nota

16/10/2017

Indicazioni generali:

- INIZIARE DALLA SCHEDA DI CATALAN

(Correggeremo tabella, sequenza 1, permutazioni possibili, a richieste ...)

- SECONDA SCHEDA:

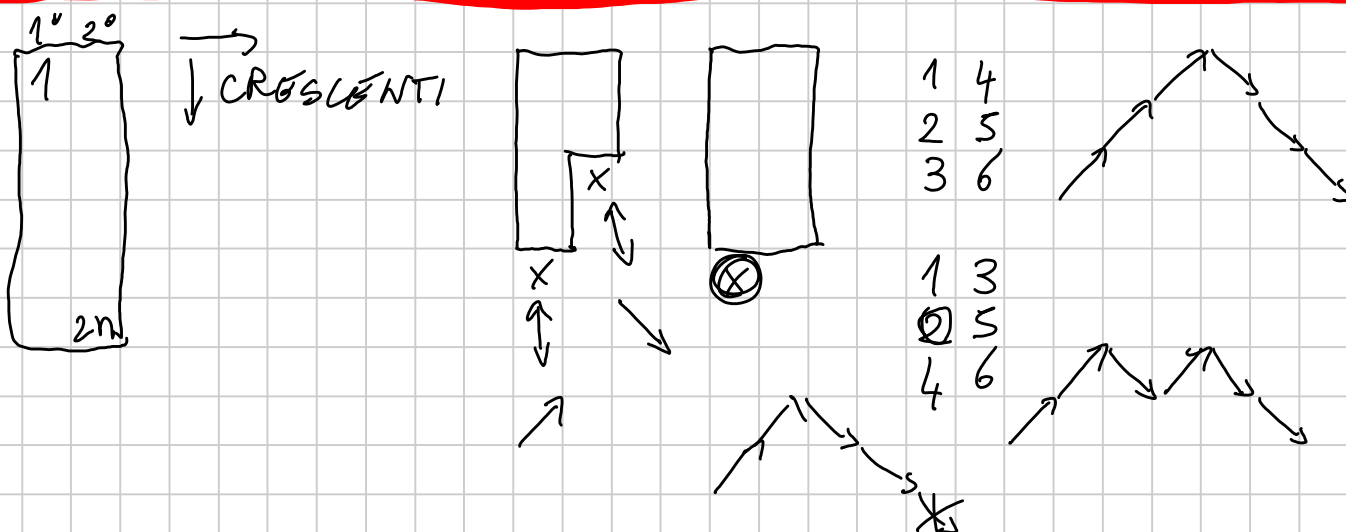
1, 2, 6, 11, 14, 16

FACOLTATIVI: 3, 4, 7, 8, 9

GARA A SQUADRE

squadre iscritte:

- MATEMIX ●
- RIBOLLITI ●
- IL RITORNO DEGLI ARGONAUTI ●
- I TOSCANI O GUASI ●
- I GUFAMATTI ●
- LE TESTE QUADRE ●
- I MARCHEMATICI 1 posto disp.
- I MATEMATTI ●
- è possibile iscriverne nuove squadre



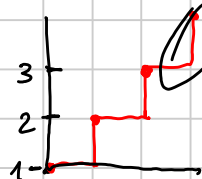
SEQ 1
 $2_i \leq i$

$n=3$
 $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{matrix}$

$1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \dots$



1 2 3



PERMETTE DI SPECIFICARE 2_n

C_n

* $\approx$ SUCCESSIONE NON DECRESC. MONOTONA

PERMUTAZIONI POSSIBILI: $n = 8$



(1) PRENDO DALLA DI A E PORTO IN B

(2) " DA B E PORTO IN C

MOSSA TOTALE (1) = $n \leftarrow$ DIFFERENZA = 0
 " (2) = $n \leftarrow$

MOSSA (2) ILLEGALE SE $B = \emptyset$

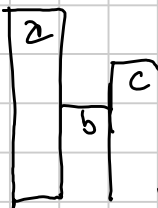
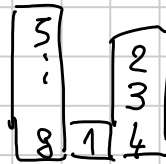
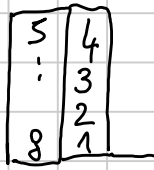
(1) $\leftrightarrow$ ↗

(2) $\leftrightarrow$ ↘

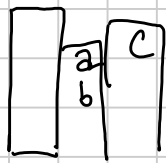
$\times 3$ " " " "



$\approx$

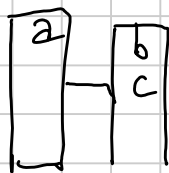


(1) →



SOPRA C NON CI PUO' ESSERE b

(2) ↘



SOPRA c c' e' b



$$U = \{1, \dots, 100\}$$

$$A \cap B = \text{mult } 6$$

$$A = \{\text{multiplici di } 2\}$$

$$B = \{\text{multiplici di } 3\}$$

$$1 = |U - (A \cup B)|$$

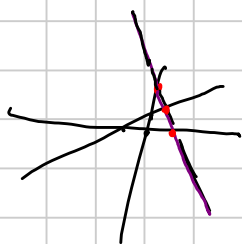
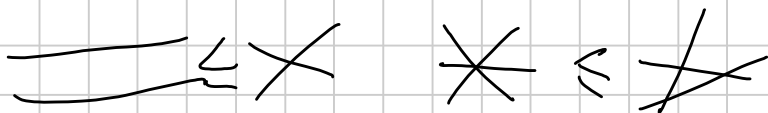
$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

GEN GERALI: $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$

$$= 33$$

$$\text{multiplici di } n \text{ fra } 1 \text{ e } 100 = \left\lfloor \frac{100}{n} \right\rfloor \text{ (parte intera)}$$

2.



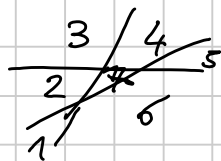
P_n = numero regioni (al massimo) per n rette

$$P_{n+1} = ? (P_n)$$

$$P_1 = 2$$

$$P_2 = 4$$

$$P_3 = 7$$



la n° esima retta interseca le altre $n-1$ ∇ intersezione, $+1$ $+1$ complessivo $P_n = P_{n-1} + n$ $P_1 = 2$

$$P_n = 1 + n + \binom{n}{2}$$

A CCGANNO

CON I PIANI $\rightarrow$ PRINCIPIO DELL'ESTREMALE (ENGEL)

6. $n \geq 2k+1$ $(1, \dots, n)$ $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ una PERMUTAZIONE.

$(1-\sigma_1)(2-\sigma_2) \dots (n-\sigma_n)$ almeno uno pari?

1 2 3 ...

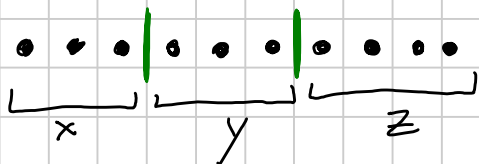
n

quanti i dispari? $k+1$

viene associato con un dispari

Almeno un elemento dispari fra $(1, \dots, n)$
 $(k+1$ dispari fra $1 \dots n$
 k pari fra $\sigma_1 \dots \sigma_n$)

11.



$$100 \text{ "•"} = n$$

$$2 \text{ " | " } = k-1$$

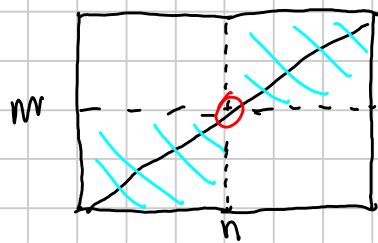
$k=3$ incognite

Quanti elementi in totale?
 Quanti uguali fra loro?

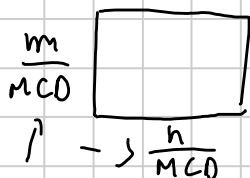
$n + (k-1)$
 n palline
 $k-1$ separatori

$$? = \frac{(n+k-1)!}{n! (k-1)!} = \binom{n+k-1}{n}$$

14.



$MCD(m, n)$ volte si ripete il modulo



Quante volte la diagonale esce in alto? $1 = m-1$
 " " " " " a destra? $2 = n-1$

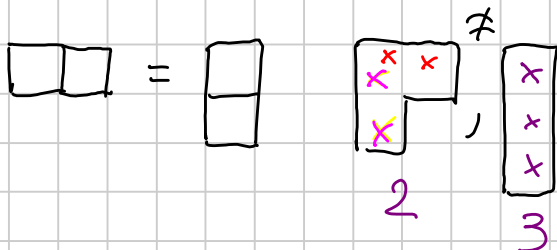
$$1 + (n-1) + (m-1) = m+n-1$$

ASO GENERALE

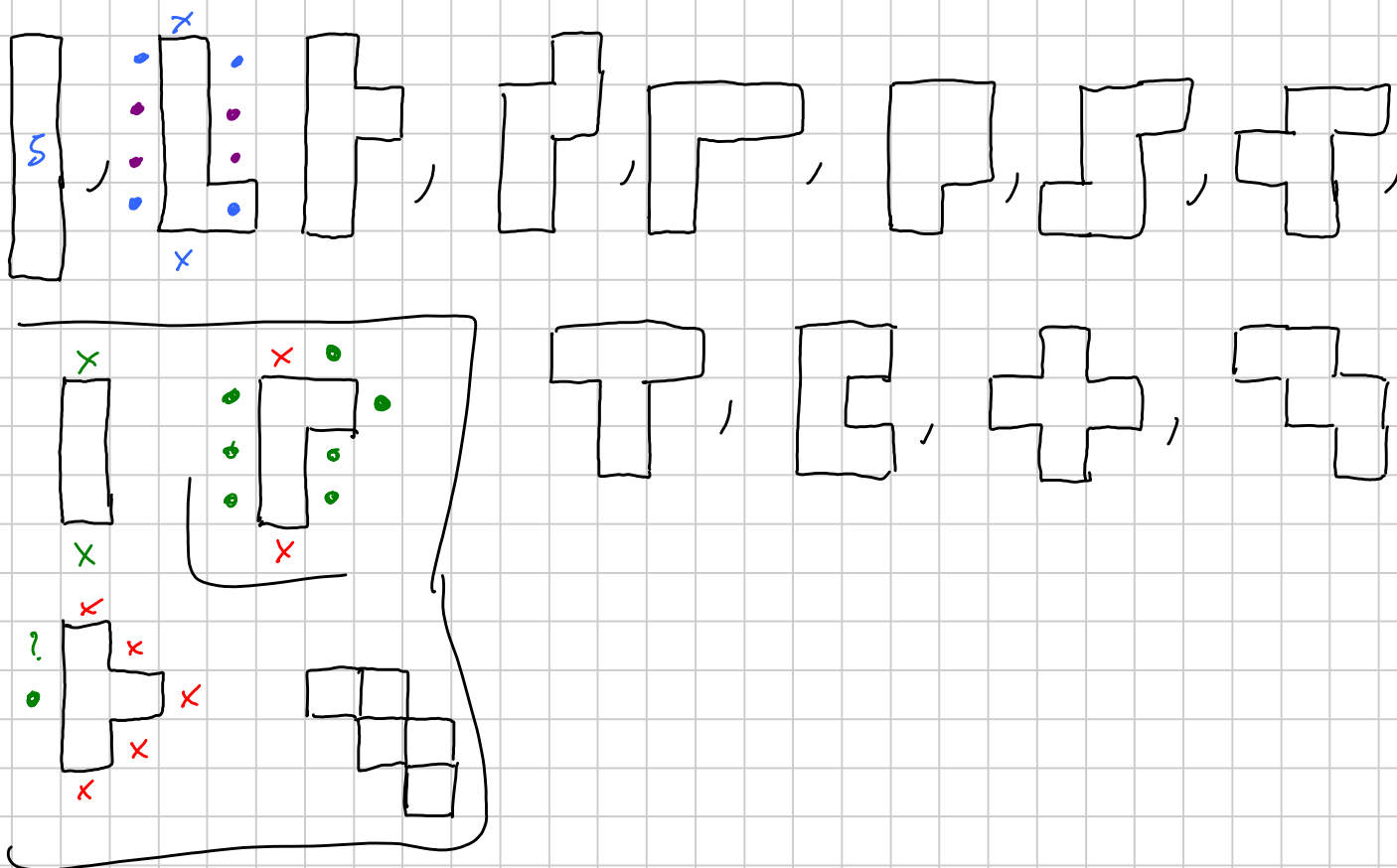
$$d \triangleq \text{MCO}(m, n) \quad \# \text{ coselle} = \left(\frac{m}{d} + \frac{n}{d} - 1 \right) d = m + n - d$$

16.

POLIMINI $\rightarrow$ PENTAMINI

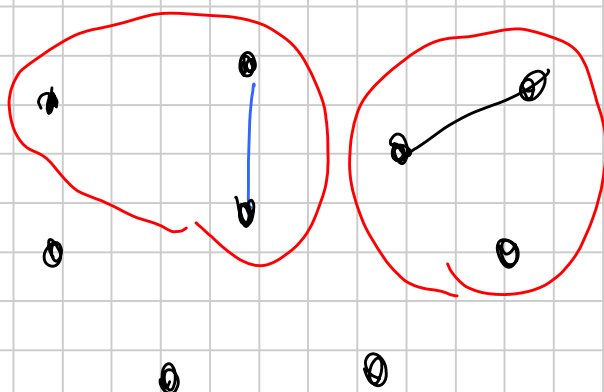
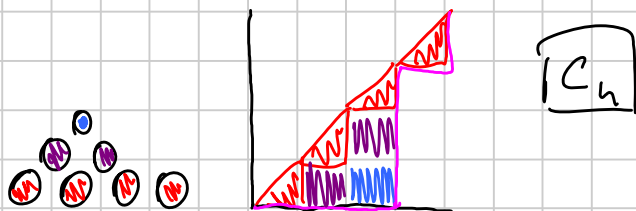
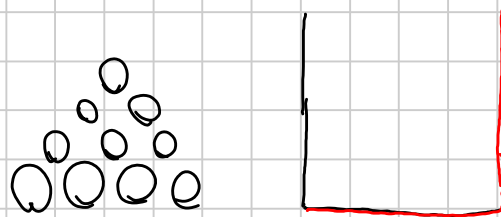


PENTAMINI A MENO DI ROTAZIONI E/O RIFLESSIONI



A GRANDE (ALMENO 1) RICHIESTA

PILA DI MONETE



- ogni persona parla al massimo 3 lingue
- $\forall$ terna di persone $\exists 2$ che parlano la stessa lingua

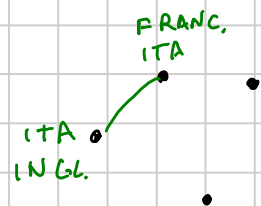
$\exists$ lingua parlata da almeno 3 persone

PER ASSURDO: Ogni lingua, al più 2 persone

grado massimo $\forall$ vertice = 3

$$2 \cdot \# \text{archi} = \sum \deg(\text{vertici}) \leq 27$$

$$\# \text{archi} \leq 13$$



$\exists ? v_1, v_2$ non collegati? $\binom{9}{2} \geq 13$ Quindi sì

Esiste v_1, v_2, v_i con $i \neq 1, 2$ e uno che almeno 2 parlano una lingua in comune

$\exists$ arco fra v_1 e v_i oppure v_2 e v_i

3 4 5 6 7 8 9 assegnare a v_1 o v_2 . Per pigeonhole almeno uno fra v_1, v_2 ha 4 archi. ASSURDO, grado massimo 3

$$\deg(x) \leq 3$$

