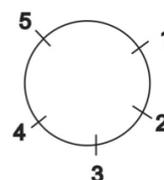


Gara a Squadre – Incontri Olimpici Montecatini 2017

- Due scatole contengono complessivamente 25 palline, alcune bianche e alcune nere. Se estraiamo una pallina a caso da ogni scatola, la probabilità che siano entrambe nere è $27/50$. Qual è la probabilità che siano entrambe bianche?
- Dato un triangolo ABC isoscele di base AC con $AB = 60$ e $AC = 50$, siano P, Q due punti rispettivamente su AB e AC tali che $AP = AQ = 10$. Quanto misura l'area di APQ ? Rispondere dando la somma di numeratore e denominatore.
- Il numero $p^a + p^b$ è un cubo perfetto. Il numero p è primo e $a < b \leq 2017$. Quanto vale al massimo $a + b + p$?
- Gennaro gioca con una griglia 13×13 di numeri reali in cui inizialmente le somme delle 13 righe e le somme delle 13 colonne sono tutte uguali. Poco dopo grida al microfono il numero minimo di numeri che vanno modificati opportunamente in modo che, nella griglia risultante, queste 26 somme siano tutte diverse tra loro.
- Gabriele chiama S l'insieme delle permutazioni di $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ che hanno primo elemento diverso da 1. Calcola la probabilità che la seconda cifra di un elemento di S scelto a caso sia uguale a 2 e scrive la somma di numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

- Sandro è diventato talmente nervoso, che ha cominciato a saltare lungo il cerchio del disegno partendo dal punto 5. Se è in un punto dispari, allora salta uno nella direzione negativa, se invece è in un punto pari, allora salta due, sempre nella direzione negativa. Dove si troverà dopo il centesimo salto?



- Due atleti corrono su una pista circolare nella stessa direzione, ciascuno con velocità uniforme. In un certo momento l'atleta A è 70 metri davanti all'atleta B , ma, dopo che A ha coperto altri 170 metri, B , che è più veloce, lo supera. Quanti sono i punti della pista in cui B può superare A ?
- Qual è il massimo intero n per il quale $\frac{2\sqrt{n} + \sqrt{7}}{\sqrt{n} - 2\sqrt{7}}$ è un numero intero?
- Data la progressione aritmetica $a_1 = 18, a_2 = 41, a_3 = 64, a_4 = 87, \dots$, Cosetta vuole sapere il più piccolo valore di n per il quale la forma decimale di a_n non ha alcuna cifra diversa da 9.
- Bruno definisce la funzione f sull'insieme dei numeri reali come segue:

$$f(x) = \begin{cases} x - 100, & \text{se } x > 2010 \\ f(f(x + 101)), & \text{se } x \leq 2010. \end{cases}$$

Qual è il valore di $f(0)$?

- Iniziando da 1, Giovanni e Samuele scrivono gli interi positivi uno dopo l'altro. Qual è il numero in cui compare la cifra 9 per la 2010esima volta?
- Gli elementi della sequenza $\{a_n\}$ sono numeri positivi e

$$a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_k^3 = 2(a_1 + a_2 + \dots + a_k)^2 - (a_1 + a_2 + \dots + a_k).$$

vale per ciascun intero positivo k . Trova il valore di $\sqrt{a_1 + a_2 + \dots + a_{999}}$.

- Francesco e Silvia disegnano due rette parallele che passano per i vertici opposti di un rettangolo R di dimensioni 33×24 metri. Distanza l'una dall'altra 60 cm e intersecano i lati lunghi di R . Ora vogliono trovare in metri quadrati l'area del parallelogramma che le due linee individuano nel rettangolo.
- Angela si domanda quale sia il più piccolo valore positivo di $11x + 9y$ se $x^2 - y^2 = 10$.
- Guardando gli ombrelloni in spiaggia, Claudio pensa il seguente problema. I raggi di tre cerchi concentrici sono rispettivamente 1, 2 e 3. I vertici di un triangolo equilatero di lato a giacciono su questi tre cerchi. Qual è il valore della parte intera di a^3 ?
- Federico chiama un numero positivo settuplo se la sua espansione decimale contiene soltanto le cifre 0 e 7. Ad esempio, $700/99 = 7,0\overline{7} = 7,070707\dots$ o $0,007$ sono entrambi settupli. Qual è il più piccolo numero intero n per il quale è possibile scrivere 1 come la somma di n numeri settupli?