

# TEORIA DEI NUMERI

Titolo nota

18/10/2017

- Scritture decimale
- Numeri razionali
- Divisibilità
- Divisione con il resto
- Massimo comune divisore e minimo comune multiplo
- Numeri primi
- Fattorizzazione (teorema fondamentale dell'aritmetica)
- Divisori
- Ultime cifre (congruenze)
- Diophanteo
- Altro ...

Camilla è molto paziente e sta scrivendo, per esteso, l'intero numero  $1000^{1000}$ .  
Quante cifre deve scrivere in tutto?

- (A) 1000 (B) 3001 (C) 1000001 (D) 1001 (E) 1004

$$\begin{matrix} k \in \mathbb{Z} \\ m \in \mathbb{Z}_{>0} \end{matrix} \quad 10^{m-1} \leq k < 10^m \quad \Rightarrow \quad k \text{ ha } m \text{ cifre}$$

13) Quante cifre ha il numero  $20^{10}$ ?

- (A) 10, (B) 11, (C) 13, (D) 14, (E) 15.

$$20^{10} = (2 \cdot 10)^{10} = 2^{10} \cdot 10^{10} = 1024 \cdot 10^{10} \quad \begin{matrix} 10^3 \leq 1024 < 10^4 \\ 10^{13} \leq 20^{10} < 10^{14} \end{matrix}$$

9. La sequenza dei numeri di Fibonacci  $F_1, F_2, \dots, F_n, \dots$  è tale che  $F_1 = F_2 = 1$  e che l' $n$ -esimo termine (con  $n \geq 3$ ) sia la somma dei due precedenti (i primi termini della successione sono quindi  $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2 = 1 + 1, F_4 = 3 = 2 + 1, F_5 = 5 = 3 + 2$ ). Quanti sono i numeri di Fibonacci che hanno esattamente 2016 cifre nella loro scrittura decimale?

- (A) Almeno 2 e al massimo 3 (B) Almeno 4 e al massimo 5 (C) Almeno 6 e al massimo 7  
(D) Almeno 8 e al massimo 9 (E) 10 o più

$$F_{k-1} \leq 10^{2015} \leq F_k < 10^{2016}$$

$$\begin{matrix} 10^{2015} \leq F_{k+1} \\ 2 \cdot 10^{2015} \leq F_{k+2} \\ 3 \cdot 10^{2015} \leq F_{k+3} \\ 5 \cdot 10^{2015} \leq F_{k+4} \\ 8 \cdot 10^{2015} \leq F_{k+5} \end{matrix}$$

$$10^{2015} \leq ? < 10^{2016}$$

$$F_{k+5} = F_{k+4} + F_{k+3} = 2F_{k+3} + F_{k+2} = 8F_k + 5F_{k-1} > 10F_k$$

$$F_k = F_{k-1} + F_{k-2} \leq 2 \cdot F_{k-1}$$

$$13 \cdot 10^{2015} \leq F_{k+5}$$

$$F_k \leq 2 \cdot F_{k-1} < 2 \cdot 10^{2015}$$

$$F_{k+1} < 3 \cdot 10^{2015}$$

$$F_{k+2} < 5 \cdot 10^{2015}$$

$$F_{k+3} < 8 \cdot 10^{2015}$$

12. Sia  $n$  un intero positivo tale che la rappresentazione decimale di  $2^n$  inizia con la cifra 7 (ovvero la cifra non nulla più a sinistra è 7). Con che cifra inizia la rappresentazione decimale di  $5^n$ ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 7 (E) Dipende da  $n$

$$2^n = \underbrace{7, \dots}_{2, \dots} \cdot 10^a$$

$$5^n = \underbrace{\dots}_{\dots} \cdot 10^b$$

$$2^n \cdot 5^n = 10^n = 1 \cdot 10^n$$

2, ...

Qual è la 2015<sup>a</sup> cifra dopo la virgola della scrittura decimale di  $3/7$ ?

- (A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2 (E) 4

$$\frac{3}{7} = 0, \overline{428571}$$

$$\frac{1}{7} = 0, \overline{142857}$$

Quanto fa  $(1, \bar{3}) \cdot (0, \bar{3})$ ?

- (A) 0,4 (B)  $0,4\bar{3}$  (C)  $0,4\bar{4}$  (D)  $\frac{13}{33}$  (E) nessuno dei precedenti.

$$\begin{array}{l} 1, \bar{3} = 10n \\ 1, 3 = n \end{array}$$

---

$$12 = 9n$$

$$n = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$